CAHIERS DE TOPOLOGIE ET GEOMETRIE DIFFERENTIELLE CATEGORIQUES *Vol. LVI-1 (2015)*

PARCOURS D'UN TOPOLOGUE-CATEGORICIEN : Jean-Marc CORDIER (1946-2014)

par Andrée EHRESMANN

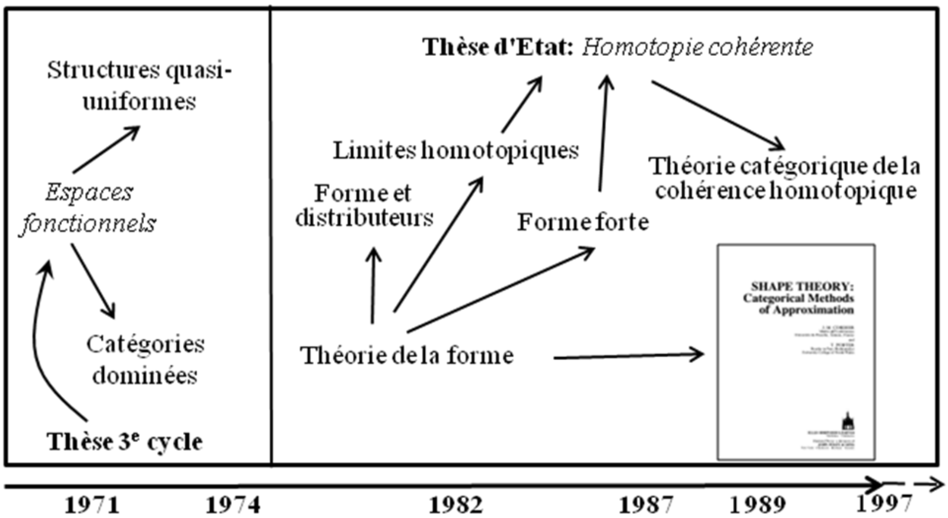
Résumé. Cette Note contient la Liste des Publications de J.-M. Cordier et une esquisse de ses travaux (dont certains avec Bourn ou Porter), en Topologie, Théorie de la forme et Homotopie cohérente.

Abstract. This Note contains the List of Publications of J.-M. Cordier and an outline of his works (some in collaboration with Bourn or Porter), from Topology, to Shape Theory and Coherent Homotopy.

Key Words. Topologie, Homotopie, Théorie de la forme. Catégorie
AMS Classification. 01A70, 18D20, 54E15, 54C56, 55P55, 55U10, 55P99.

Jean-Marc Cordier est né en 1946 à Amiens, où il a été étudiant, puis chercheur dans notre équipe "Théorie et Applications des Catégories" (Amiens-Paris).
Toute sa carrière s'est déroulée à l'Université de Picardie, où il a été nommé Assistant en 1971, puis Maître de Conférences, et enfin Professeur en 1989, jusqu'à sa mort en Mai 2014.
Une "Journée en l'honneur de J.-M. Cordier" a été organisée par le LAMFA à l'UPJV en Novembre 2014. Cette Note résume la conférence que j'ai faite à cette occasion (le diaporama est disponible sur mon site: http://ehres.pagesperso-orange.fr).

Comme le montre le 'Système Evolutif' de ses travaux (ci-après), ceux-ci se partagent en 2 périodes : (i) De 1969 à 1973, il travaille sur divers sujets liés aux catégories et à la topologie. (ii) Au cours d'un séjour à l'Université Fluminense de Niteroï (Brésil) en tant que coopérant (1974-75) il s'initie à la Topologie Algébrique qui sera à la base de tous ses travaux ultérieurs, dont un certain nombre seront faits en collaboration avec Dominique Bourn ou Timothy Porter.



1. Premiers travaux

Sa thèse de 3ème cycle (soutenue à l'Université Paris 7 en 1971) se divise en 2 parties, toutes les deux en liaison avec la notion d'espace fonctionnel.

(i) *Approche catégorique* : Dans [1, 2] il étudie diverses manières de 'dominer' (ou 'enrichir') une catégorie C par une catégorie K. En particulier pour K = C, il obtient les *catégories cartésiennes 'partiellement' fermées.*

(ii) *Application 'topologique'* : Dans [3], il étudie les espaces fonctionnels quasi-uniformes. La notion de structure quasi-uniforme sur un ensemble E est une 'localisation' de la notion de structure uniforme, relativement à une partition de E ; elle a été introduite par Ehresmann (Indig. Math. 28-1, 1966, 133-175) pour avoir l'analogue, pour une catégorie, de la structure uniforme d'un groupe. Jean-Marc montre en quel sens la catégorie des applications quasi-uniformes est cartésienne partiellement fermée.

2. Théorie de la forme

La *théorie de la forme* (Shape Theory) part d'une catégorie W munie d'un foncteur K vers une catégorie H ; l'idée est que les objets P de W sont "connus" et vont jouer le rôle de "modèles" ou "prototypes" pour étudier les objets X de H en construisant des "approximations" des X par des P, permettant d'étendre certaines propriétés des P au cas des X.

Dans le cadre topologique cette théorie a été introduite par Borsuk en 1968 (Fund. Math. 62, 223) : il prend pour H la catégorie d'homotopie des espaces métriques compacts et pour W sa sous-catégorie pleine des polyèdres finis, ce qui permet, en particulier, une extension de l'homologie simpliciale des polyèdres en l'homologie de Čech des espaces compacts.

Dans le cadre général, la *catégorie forme* de Holtsziynski (1971) associée au foncteur K: W → H est la catégorie S_K ayant pour objets ceux de H et où :

$$S_K(X, Y) \approx \{F: Y{\downarrow}K \to X{\downarrow}Y \mid B_Y = B_X F\},$$

où $X{\downarrow}K$ est la catégorie comma et B_X: $X{\downarrow}K \to K$ son foncteur 'base'. Dans l'article [5], Jean-Marc, en collaboration avec D. Bourn, traduit ces conditions en termes de distributeurs et de carrés exacts.

En 1989, Cordier et Porter publient le livre "Shape Theory" (qui développe leur article [4], et sera ré-édité en 2008), qui représente une belle synthèse sur la théorie de la forme. Parmi les résultats originaux, citons :

- Liens entre théorie de la forme, procatégories et extensions de Kan**.**
- Foncteurs entre catégories de forme [8].
- Etude de divers invariants : notions de stabilité et de 'movability'.
- Application à la reconnaissance d'images [15].

3. Homotopie cohérente

Divers problèmes créés par la théorie de la forme pour les espaces topologiques (comparaison entre complexes de Čech et de Vietoris) ont conduit à introduire une théorie de la *forme forte* (Edwards & Hastings, 1976), en remplaçant l'homotopie par une notion de *cohérence homotopique* (c.h.) que Cordier va préciser en [6] et étudier dans sa thèse (Université Paris 7, 1987).

Une de ses importantes contributions (pas assez reconnue dans les travaux récents) a été de transposer l'étude de la cohérence homotopique dans le cadre des catégories simpliciales (*i.e.,* enrichies dans la catégorie *Simp* des ensembles simpliciaux), en particulier par l'introduction du *nerf homotopiquement cohérent* d'une catégorie simpliciale. Dans [6] il montre qu'un diagramme h.c. de A vers une catégorie simpliciale T correspond à un foncteur simplicial du nerf de A dans le nerf h.c. de T.

Citons quelques résultats importants :

- Définition de la *limite homotopique* d'un foncteur simplicial et sa construction comme limite simpliciale indexée ([9], avec Bourn).
- Construction et applications d'un *foncteur d'homotopie cohérente* de la catégorie des recouvrements d'un espace topologique X vers *Simp.* ([14, 18], avec Porter.)
- Applications à l'homologie de Steenrod-Sitnikov [13].
- Dans son dernier article ([19], avec Porter), introduction à une *théorie catégorique de la cohérence homotopique,* développant des analogues h.c. de diverses notions catégoriques.

Liste des publications de J.M. Cordier

Livre (avec T. Porter)

Shape Theory: Categorical Methods of Approximation, Mathematics and its Applications, Ellis Horwood Ltd., March 1989, 207 pages.
Edition augmentée, Dover, 2008.

Thèses

Doctorat 3ème cycle : *Catégories auto-dominées: Transformations naturelles. Espaces fonctionnels quasi-uniformes,* Université Paris 7, 1971 (sous la direction de C. Ehresmann).
Doctorat d'Etat : *Sur la cohérence homotopique et les limites homotopiques***,** Université Paris 7, 1987 (sous la directon de M. Zisman).

Articles de recherche

1. Sur la notion de catégorie tensoriellement dominée, *C.R.A.S Paris* 270, 1970, 572
2. Catégories auto-dominées, *Esquisses Mathématiques* 15, 1972.
3. Espaces fonctionnels quasi-uniformes, *Cahiers Top. et Géom. Diff.* XII-2, 1973, 113-136.
4. Une introduction à la théorie de la forme (avec Porter), *Esquisses Mathématiques* 30, 1978, 138 pages.

5. Distributeurs et théorie de la forme (avec Bourn), *Cahiers Top. et Géom. Diff*. XXI-2, 1980, 161-189.
6. Sur la notion de diagramme homotopiquement cohérent, Proc. 3éme Colloque sur les Catégories, Amiens (1980), *Cahiers Top. et Géom. Diff.* XXIII-1, 1982, 93 -112.
7. The algebraic homotopy limit functor, Preprint 84-12, Univ. Wales, 58 pages. (Traduction de "Le foncteur Holim algébrique", Prépub. Amiens, 1982.)
8. Functors between shape categories (avec Porter), *J. Pure Appl. Alg*. 27, 1983, 1-13.
9. A general formulation of homotopy limits (avec Bourn). *J. Pure Appl. Algebra* 29(2), 1983, 129-141.
10. Extension de Kan simplicialement cohérente, *Prépub. Amiens* 1986
11. Vogt's Theorem on Categories of Homotopy Coherent Diagrams (avec Porter), *Math. Proc. Camb. Phil. Soc*. 100, 1986, 65-90.
12. Sur les limites homotopiques de diagrammes homotopiquement cohérents, *Comp. Math,* 62, 1987, 367-388.
13. Homologie de Steenrod-Sitnikov et limite homotopique algèbrique, *Manuscripta Math.* 59, 1987, 35-52.
14. Maps between homotopy coherent diagrams (avec Porter), *Top. and its Applications* 28, 1988, 255-275.
15. Pattern Recognition and Categorical Shape Theory (avec Porter), *Pattern Recognition Letters* 7, 1988, 73-76.
16. Comparaison de deux catégories d'homotopie de morphismes cohérents, *Cahiers Top. et Géom. Diff. Cat.* XXX, 1989, 257-275.
17. Fibrant diagrams, rectifications and a construction of Loday (avec Porter), *J.Pure Appl. Algebra* 67, 1990, 111-124.
18. Categorical Aspects of Equivariant Homotopy (avec Porter), *Proc. ECCT, Applied Cat.Structures* 4, 1996, 195-212.
19. Homotopy Coherent Category Theory (avec Porter), *Trans. Amer. Math. Soc.* 349, 1997, 1-54.

Université de Picardie Jules Verne

LAMFA

ehres@u-picardie.fr