CAHIERS DE TOPOLOGIE ET GEOMETRIE DIFFERENTIELLE CATEGORIQUES
Vol. LIII-3 (2012)

PIERRE DAMPHOUSSE, MATHEMATICIEN (1947-2012)

par René GUITART

Abstract. Pierre Damphousse was an active member in the community of categoricians. We survey his mathematical itinerary, with mainly three subjects : purity in modules, cellular maps, fixob functors and the powerset functor on Ens.

Résumé. Pierre Damphousse fut un membre actif de la communauté catégoricienne. Nous parcourons son itinéraire mathématique, où trois sujets dominent : la pureté dans les modules, les cartes cellulaires, les fixob et le foncteur parties sur Ens.

2010 MSC : 01A70, 13-XX, 57-XX, 18-XX.

Key words : purity, cellular maps, fixob, powerset.

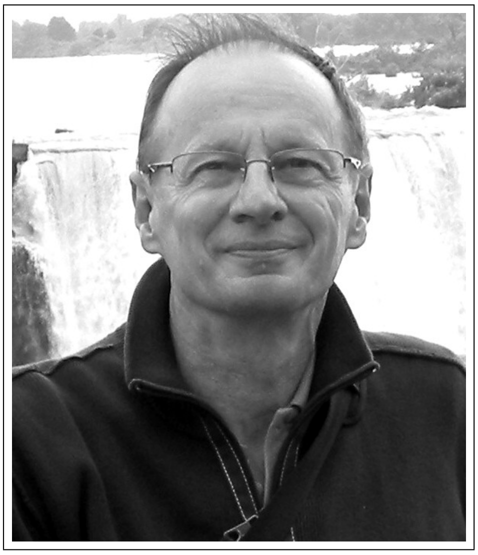

Figure 1: Pierre Damphousse, à Niagara, en août 2011

Pierre Damphousse est né le 11 avril 1947 à Montréal, canadien. Ensuite il a pris aussi la nationalité française. Sauf pour l'année 1981-1982 où il fut en poste à l'université d'Ottawa, il a fait toute sa carrière à l'université de Tours, où il a enseigné de 1976 jusqu'à sa retraite en septembre 2011. Il est soudainement décédé le 8 juin 2012, à Neuillé, près de Saumur. Tous ceux qui l'ont croisé n'oublieront pas sa gaieté, son énergie, sa passion des mathématiques.

Je voudrais rappeler son parcours mathématique créatif — spécialement en algèbre commutative, en topologie combinatoire, en théorie des langages et automates, en théorie des catégories — et en particulier le rôle dynamique qu'il a tenu dans la communauté catégoricienne en France.

1. Les études et la première thèse : 1968-1975

De 1968 à 1970, Pierre a commencé ses études de physique et mathématique à l'université McGill à Montréal, puis il a continué de 1970 à 1972 à l'université victorienne de Liverpool, où — encouragé par Peter Giblin — il a obtenu son premier résultat, publié un peu plus tard ([1] et [2]), sur le redressement par une isotopie d'ambiance de tout graphe simple dans le plan réalisé avec des arcs de Jordan.

De retour au Canada de 1972 à 1975, il soutient en mars 1975 une maîtrise avec thèse en algèbre commutative sous la direction de Claude Lemaire, à l'université La-

val [3]. La thèse porte sur les caractérisations homologiques de la notion de pureté. Elle part de la question de comprendre pour quels anneaux Λ on peut prolonger le point suivant connu pour $\Lambda = \mathbb{Z}$: pour une suite exacte courte de groupes abéliens ($\mathbb{Z}$-modules) $0 \to A \to B \to C \to 0$ les deux conditions suivantes sont équivalentes :
(1) Les suites induites par les quotients co-cycliques de A sont scindées (co-pureté),
(2) Les suites induites par les sous-groupes cycliques de C sont scindées (pureté).
Si Λ est un anneau, une suite exacte courte de Λ-modules $0 \to A \to B \to C \to 0$ est pure au sens de Cohn si elle est transformée en suite exacte courte par $\mathrm{Hom}_\Lambda(M, -)$ pour tout Λ-module M de présentation finie, et elle est $\mathcal{C}\Gamma$-co-pure — avec $\mathcal{C}\Gamma$ la classe des Λ-modules cocycliques (c'est-à-dire avec un sous-module non-trivial minimal) — si elle est transformée en suite exacte courte par $\mathrm{Hom}_\Lambda(-, M)$, pour tout $M \in \mathcal{C}\Gamma$. Avec donc notamment l'étude des modules cocycliques, et l'introduction de la pureté et la co-pureté relativement à une classe de modules, à la Warfield, notion qui permet la comparaison de la $\mathcal{C}\Gamma$-co-pureté et la pureté au sens de Cohn, Pierre fournit une condition générale pour qu'un anneau Λ soit tel que dans les Λ-modules ces deux notions coïncident. Il précise que cette condition est a priori difficile à vérifier, mais il réussit à prouver que cette coïncidence a lieu pour une classe raisonnable intéressante d'anneaux, à savoir celle des anneaux qui sont presque-Dedekind (soit des domaines dont les localisés sont des anneaux de valuation discrète).

2. La venue en France, la seconde thèse, ses prolongements : 1975-1990

Après sa thèse à Laval, Pierre a souhaité aller étudier l'algèbre homologique à Zürich avec Urs Stammbach, ce qui ne se fit pas pour des raisons de difficultés d'obtention de visas, et du coup il arrangea avec Peter Hilton (proche collaborateur de Stammbach) de venir travailler avec lui à Montpellier. Pierre partit donc s'installer à Montpellier, mais Hilton ne vint pas et alla à Seattle. C'est ainsi que, cherchant sur place à Montpellier une solution, Pierre Damphousse rencontra Alexandre Grothendieck. Celui-ci lui proposa un sujet de topologie des surfaces (l'analyse et la classification des cartes cellulaires), qui aussitôt le passionna. Du coup Pierre abandonna le domaine de l'algèbre commutative et homologique, et revint du côté de la topologie, qu'il avait abordé déjà avec Giblin.

Il travailla jusqu'en 1979 sous la direction de Grothendieck — faisant régulièrement des allers-retours entre Tours où il enseignait et Montpellier où il venait discuter avec Grothendieck. Plus tard, en diverses occasions Pierre racontera combien ces discussions constituaient une expérience unique pour lui. Quand Grothendieck se retira, Pierre continua sous la direction de Norbert A'Campo, et cela donna une thèse de troisième cycle [4] soutenue à Orsay le 2 juin 1981, où est démontré qu'il y a une équivalence de catégorie notée $\nrightarrow \; : \mathcal{C} \to \mathcal{M}$, entre la catégorie $\mathcal{C}$ des cartes cellulaires et la catégorie $\mathcal{M}$ des maquettes, qui de plus détermine une équivalence entre les cartes orientables et les maquettes orientables. Précisons.

Soit d'une part $\mathbb{G} =< \sigma_0, \sigma_2, \epsilon : \epsilon^2 = \sigma_0^2 = \sigma_2^2 = (\sigma_0\sigma_2)^2 = 1 >$ le *groupe cartographique de Grothendieck*, et $\mathbb{G}^+$ le sous-groupe dont les éléments s'écrivent comme mot de longueur paire en les générateurs σ_0, σ_2, ϵ. On appelle *maquette* un $\mathbb{G}$-ensemble

M dans lequel σ_0, σ_2 et ϵ agissent chacun sans points fixes, et on forme la sous-catégorie pleine de $\mathrm{Ens}^{\mathbb{G}}$ notée $\mathcal{M}$ ayant ces maquettes pour objets. Notamment une maquette est dite orientable si en tant que $\mathbb{G}^+$-ensemble, M se décompose en somme $M = M^+ + M^-$ (et alors l'action de ϵ échange M^+ et M^-).
D'autre part, en désignant, pour $n \geq 1$ par P_n le disque unité fermé privé de son centre et des n racines n-ièmes de l'unité, et en introduisant $P_0 = \mathbb{R}\times[0,1[\backslash\mathbb{Z}\times\{0\}$, on considère la catégorie $\mathcal{C}$ des *cartes cellulaires*, dont un objet est une surjection continue $c : \sum_i P_{n_i} \to X$ qui induit un homéomorphisme entre $\mathrm{Int}(\sum_i P_{n_i})$ et son image, et telle que, pour tout $t \in \partial(\sum_i P_{n_i})$, $c^{-1}(c(t))$ comporte exactement deux éléments, t et t^o, de sorte que $t \mapsto t^o$ définisse un homéomorphisme involutif de $\partial(\sum_i P_{n_i})$ sur lui-même. Chaque P_{kn} s'enroule sur P_n par $z = \rho e^{\frac{2i\pi t}{kn}} \mapsto z^k = \rho e^{\frac{2i\pi t}{n}}$, et l'on appelle morphisme de carte cellulaire de c à c' une somme disjointe d'enroulements $\phi : \sum_i P_{n_i} \to \sum_j P'_{n_j}$ qui détermine un revêtement $\overline{\phi} : X \to X'$. Une carte c est orientable si X est orientable.

On appelle *bi-arc* d'une carte c une composante connexe orientée $\theta = (cc(t), \omega)$ d'un point t de $\partial(\sum_i P_{n_i})$, et on définit sur l'ensemble $\nleftrightarrow (c)$ des bi-arcs de c une action de $\mathbb{G}$: $\epsilon(\theta)$ est l'unique bi-arc orienté de même source que θ, $\sigma_0(\theta)$ consiste à changer l'orientation ω de θ, et $\sigma_2(\theta)$ s'obtient en remplaçant $cc(t)$ par $cc(t^o)$.
Comme évidemment $\mathbb{G}$ est dans la catégorie $\mathcal{M}$ des maquettes un objet transitif universel, tel que pour toute maquette transitive M il existe un épimorphisme $\mathbb{G} \to M$, du côté des cartes il lui correspond donc une carte connexe universelle $\mathcal{C}$ qui est un revêtement de toutes les cartes connexes. Pierre la dessinait ainsi (figure 2), à coups de points de branchements et traits de coupures [4, pp.40-44]. Cette carte est comme un papier préligné qui peut envelopper n'importe quelle surface connexe cartographiée de manière que les lignes du papier se superposent homéomorphiquement aux arêtes de la carte. Auprès de A'Campo, Pierre s'initia à la géométrie hyperbolique, et construisit alors de la carte universelle $\mathcal{C}$ un modèle hyperbolique dans le disque de Poincaré [4, pp.47-53]. Ce qui est lié au fait que $\mathbb{G}^+ =< \rho, \sigma; \sigma^2 = 1 >$ se représente fidèlement dans $\mathrm{PSL}(2,\mathbb{Z})$ par $\rho \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \sigma \mapsto \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

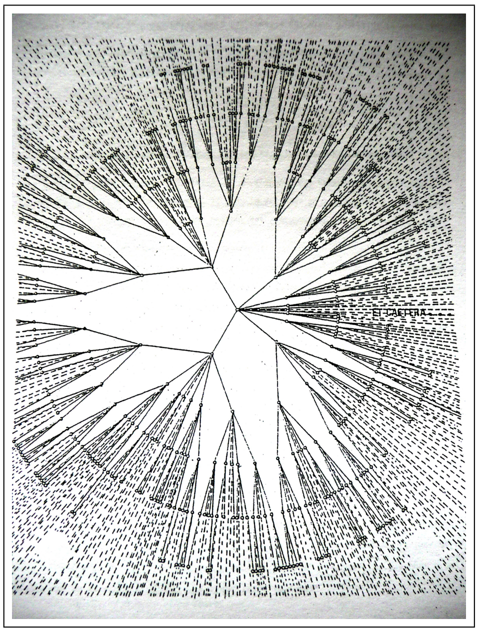

Figure 2: La carte universelle, revêtement de toute carte connexe.

3. À son retour d'Ottawa en 1982, quand il vint prendre définitivement un poste à Tours, Pierre continua son travail sur les cartes, en publiant une version concise [5] (voir aussi plus tard [16]), et prolongeant dans trois directions :
– Il s'intéressa à la caractérisation des endomorphismes de $\mathbb{G}$ qui sont cartographiques, c'est-à-dire qui transforment les maquettes en maquettes, lesquels s'avèrent être les endomorphismes injectifs et 18 autres non injectifs, qu'il précise. Alors le groupe des automorphismes extérieurs de $\mathbb{G}$ est isomorphe au groupe des permutations de $\{\sigma_0, \sigma_2, \epsilon\}$, soit $\mathcal{S}(3)$. Le monoïde extérieur des endomorphismes cartographiques est appellé monoïde des mutations. Voir [15]. Ce travail a été catalysé — pour le dire avec le mot de Pierre — par des conversations avec Christian Léger et Jean-Claude Terrasson lesquels, d'un point de vue différent, ont essentiellement décrit les mutations induites par les automorphismes extérieurs de $\mathbb{G}$, qu'ils appellent métamorphoses.
– Il observe que le P_0 utilisé en théorie des cartes n'est pas en fait le seul "polygone" infini intéressant, que l'on pourrait y remplacer l'ensemble $\mathbb{Z} \times \{0\}$ des trous du bord par un $L \times \{0\}$, avec $L \subset \mathbb{R}$ un ensemble dénombrable uniforme. Partant de là il s'attache à la classification des ordres linéaires dénombrables uniformes (dont le groupe des automorphismes agit transitivement), qui sont les $\mathbb{Z}^n$ et les $\mathbb{Q}.\mathbb{Z}^n$ [6].
Ces travaux sur les mutations et sur les ordres linéaires restèrent inédits jusqu'à leur reprise en 2003 dans [15].
– À partir du fait de la représentation de $\mathbb{G}^+$ dans $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{Z})$ il se tourne vers le problème diophantien de la détermination des racines n-ièmes dans $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{Z})$. Il décrit alors [7] le calcul des racines n-ièmes dans les groupes $\mathrm{GL}_2(\mathbb{C})$ et $\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})$, soulignant comment le calcul des puissances et racines dans $\mathrm{GL}_2(\mathbb{C})$ et $\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})$, qui en lui-même est une question simple d'algèbre linéaire, dépend de l'arithmétique des polynômes définis par $P_0(t) = 0, P_1(t) = 1, P_{n+1}(t) = tP_n(t) - P_{n-1}(t)$, (liés aux polynômes de Chebyschev) puisque, avec $\chi = a + d$ on a

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} aP_n(\chi) - P_{n-1}(\chi) & bP_n(\chi) \\ cP_n(\chi) & dP_n(\chi) - P_{n-1}(\chi) \end{pmatrix}.$$

Il fournit dans les trois cas ($\chi = 2$, $\chi = -2$ et $\chi \neq \pm 2$) des formules explicites pour les racines n-ièmes qui, lorsque l'on y remplace n par $\frac{1}{n}$, expriment en fait les puissances n-ièmes ; ce qui suggère, remarque-t-il, en remplaçant n par un complexe z, un calcul des puissances complexes A^z pour les éléments A de $\mathrm{GL}_2(\mathbb{C})$ et $\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})$.

4. Question de fondements en théorie des catégories : à partir de 1990

À la fin des années 1980, Pierre s'intéresse à l'intelligence artificielle, à l'informatique théorique, à la théorie des automates et des langages. Ses réflexions dans ce domaine, sur la nécessité d'une approche plus structurelle et catégorique de la question des langages et automates, notamment sur la nécessité d'envisager le treillis des automates reconnaissant un langage donnée, sur la nécessité de tendre à une détermination naturelle voire tautologique de l'automate minimal, seront publiées en 1992 [8].

C'est en 1990 que Pierre se tourna franchement vers des préoccupations sur les fondements en termes de catégories, ce qui le décida à se rapprocher du groupe des catégoriciens à Paris 7. Il vint donc nous parler de ses préoccupations sur les langages — celles de [8] notamment —, mais aussi bien sûr de ses anciens travaux de ses deux thèses, où évidemment les catégories étaient présentes de façon centrale.

Pierre est devenu immédiatement un membre très dynamique de la communauté catégoricienne française. À partir de 1990, et pendant une douzaine d'années environ, il est venu presque chaque semaine à Paris pour participer au groupe de travail de l'équipe. Les SIC (Séminaire Itinérant de Catégories) ont commencé vers 1986 (ou 1987 peut-être), il y en a en moyenne 2 ou 3 par an, et aujourd'hui ils continuent, bien actifs encore. Pierre a donc participé pratiquement à tous les SIC à partir de 1990, et il en a notamment organisé à Tours au moins trois (le dernier en 2002). À la fin des années 1990 il a créé la liste de diffusion `Cat_fr`, dont il a assuré le rôle de modérateur jusqu'au moment où il a envisagé sa retraite, peu avant 2010. Cette liste fut un élément indispensable au maintien et à l'amplification des séminaires SIC. Il a aussi organisé un colloque "Topologie, Logique et Théorie des langages" (3-4-5 octobre 1991, à Tours) et le 57 ième PSSL(18-19 février 1995, à Tours). Lui et moi nous avons organisé en 1994 le ECCT ou European Colloquium of Category Theory (25-30 juillet 1994, Tours), placé sous la présidence de S. Eilenberg et S. Mac Lane, dont nous avons publié les actes dans deux numéros spéciaux de la revue *Applied Categorical Structures*, en 1996.

Dans cette période, Pierre et moi avons collaboré et publié trois articles [9], [10], [12]. Le point de départ était la question d'une théorie des langages et de la traduction, que nous envisagions sur la base, sur la catégorie Ens des ensembles, de la monade $\mathcal{L} = \mathcal{P} \circ (-)^*$, où donc $\mathcal{P}$ est la monade des parties, dont les algèbres sont les sup-treillis, et où $(-)^*$ est la monade des mots, dont les algèbres sont les monoïdes, de sorte que les algèbres de $\mathcal{L}$ sont les monoïdes sup-complets. C'est donc en les pensant comme outils pour une future théorie de la traduction que nous avons dégagé les trois résultats suivants, qui ont peut-être leur intérêt propre.

– Dans la recherche de quantificateurs non-standards on rencontre le problème suivant des fixob. Si $\mathcal{C}$ est une sous-catégorie pleine de la catégorie Ens_f des ensembles finis, on démontre que tout fixob ou foncteur $F : \mathcal{C} \to \mathcal{C}$ fixant les objets (tel que pour tout $X \in \mathrm{obj}(\mathcal{C})$ on ait $F(X) = X$) est isomorphe à $\mathrm{Id}_{\mathcal{C}}$ si et seulement si $\mathcal{C}$ possède au moins trois objets non-vides non-isomorphes. Sinon une construction explicite de tous les fixob non-triviaux (i.e. non-isomorphes à $\mathrm{Id}_{\mathcal{C}}$) est complètement détaillée [12], et ces fixob non-triviaux sont effectivement exhibés et comptés. Dans la thèse de Farhan Ismail que nous avons co-dirigée (F. Ismail, Les fixobs de sous-catégories pleines squelettales engendrées par des ensembles finis, Thèse, Université François Rabelais, Tours, 25 septembre 1995), on trouvera des statistiques de dénombrements détaillés, par exemple le nombre NT_n des endomorphismes non isomorphes à l'identité de la sous-catégorie pleine $\mathrm{Ens}(n)$ de Ens engendrée par un ensemble à n éléments. On a $\mathrm{NT}_2 = 3, \mathrm{NT}_3 = 13, \mathrm{NT}_4 = 89, \mathrm{NT}_5 = 391$, etc.

– Dans l'étude des quantifications et substitutions itérées, on tombe sur la question des transformations naturelles entre quantifications. Soit pour tout ensemble X, $\mathcal{P}(X)$ l'ensemble des parties de X. On sait que $\mathcal{P}$ est un foncteur covariant de deux façons, notées $\exists$ et $\forall$, et contravariant d'une façon notée C, avec, pour toute fonction $f : X \to Y$, $\exists f \dashv Cf \dashv \forall f$, avec $\exists f(A) = \{y; \exists x(x \in A) \wedge (f(x) = y)\}$, $Cf(B) = \{x; f(x) \in B\}$, et $\forall f(A) = \{y; (\forall x(y = fx) \Rightarrow (x \in A)\}$.
Cela dit, on peut classer complètement [9] les représentations naturelles de $\mathcal{P}(X)$ dans $\mathcal{PP}(X)$. Il y a 16 transformations naturelles de C vers $\exists C$, 16 de C vers $\forall C$, 16 de C vers $C\forall$, et 16 de C vers $C\exists$. Soit donc 64 transformations de source C. Chacun de ces 4 ensembles de 16 transformations a naturellement une structure d'algèbre de Boole. Dans les cas covariants, il y a 16 transformations naturelles de $\exists$ vers C^2, en bijection avec celles de C vers $\exists C$ (parce que $C^{\mathrm{op}} \dashv C$), et il y a autant de transformations de $\exists$ vers $\exists^2$ que de sous-foncteurs de $\exists$, lesquels sont ou bien $\exists$, $\exists^-$ ou $\exists^{--}$ — avec $\exists^-(X) = \begin{cases} \emptyset & \text{si } X = \emptyset \\ \exists X & \text{si } X \neq \emptyset \end{cases}$, et $\exists^{--}(X) = \{A; A \neq \emptyset\}$ — ou bien déterminés comme des "bornes", définies pour chaque cardinal $\alpha \geq 0$ par :
$\exists_{<\alpha} X = \{A; |A| < \alpha\}$, $\exists^-_{<\alpha} X = \begin{cases} \emptyset & \text{si } X = \emptyset \\ \exists_{<\alpha} X & \text{si } X \neq \emptyset \end{cases}$, $\exists^{--}_{<\alpha} X = \{A; 0 < |A| < \alpha\}$.

– Toute fonction $f : X \to Y$, agit sur les parties de façon covariante ou directe ou de façon contravariante ou inverse, et ces deux possibilités et leurs itérations sont significatives pour l'étude de la traduction. Il faut donc comprendre comment elles sont reliées, et l'on peut justement préciser là une dualité. Si l'on désigne par Qual^+ et par Qual^- les catégories des ensembles qualifiés $(X, \mathcal{X})$, où donc $\mathcal{X} \subset \mathcal{P}(X)$, et applications $f : X \to Y$ "directes" (telles que $\exists\exists\mathcal{X} \subset \mathcal{Y}$) ou "inverses" (telles que $\mathcal{Y} \subset CC(\mathcal{X})$), alors on peut relever à ces deux catégories la monade "de Stone" qui existe sur Ens (d'endofoncteur CC) et détermine $\mathrm{Ens}^{\mathrm{op}}$ comme algébrique sur Ens, de sorte que chacune de ces deux catégories soit la catégorie duale de la catégorie des algèbres de la monade relevée sur l'autre, et ainsi s'établit la dualité envisagée entre le calcul des images inverses et le calcul des images directs.

Après son habilitation en 2003 [15], Pierre s'est à nouveau intéressé à l'algorithmique et l'effectivité, la programmation, le codage. C'est dans cette direction, en reprenant ses études sur les cartes, qu'il a dirigé la thèse de Nicolas Juge (N. Juge, Arithmétique et combinatoire effective des cartes cellulaires, Thèse, Université François Rabelais, Tours, 13 octobre 2005).

Suivant son intérêt pour le codage, dans une collaboration entre l'université de Tours et des universités canadiennes (Laval, Concordia, Sherbrooke), il a initié en 2002 — et dirigé ensuite à Tours — une formation internationale originale, nommée `MIMaTS` (Master International de Mathématiques des Transmissions Sécurisées).

Il a aussi fondé en 2000 et dirigé depuis chez l'éditeur *Ellipses* une collection originale de petits livres d'enseignement de mathématiques, rigoureux et soucieux du développement historique, dont chaque volume présente un sujet de façon autonome, collection nommée *Opuscules*. Elle comporte actuellement 8 volumes, dont 2 remarquables sont de Pierre lui-même ([11] et [17]), justement sur l'arithmétique et sur l'algorithmique. En 2006 il a obtenu une mention spéciale dans le prix d'Alembert de la Société Mathématique de France.

Références

[1] Straight graphs, *Manifold*, 17, 1975, pp. 30-33.

[2] Le redressement des graphes plans, *CRAS*, t. 283, 437-439, Paris, 1976.

[3] Sur les rapports entre deux types de pureté, *Thèse pour l'obtention du grade de Maître es sciences*, 88p., Université Laval, mars 1975.

[4] Cartographie topologique, *thèse de 3ème cycle*, 56 p., Université de Paris-Sud Orsay, 8 juin 1981.

[5] Fondement de la description combinatoire des cartes cellulaires, *Ann. sc. math. Québec*, 1987, vol. 11, no 2, pp. 279-295.

[6] Classification des ordres linéaires, 64p+5p, inédit, reproduit dans [15] (document no 4).

[7] The arithmetic of powers and roots in $\mathrm{GL}_2(\mathbb{C})$ and $\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})$, *Fib. Quaterly* 27, Nov. 1989, no 5, 386-401.

[8] Automates et langages, *Cahiers Top. Géom. Diff. Cat.* XXXIII-3, 1992, 217-222.

[9] Les représentations naturelles de $\mathcal{P}X$ dans $\mathcal{PP}X$ (avec R. Guitart), Actes des Journées *Catégories, algèbres, esquisses*, Univ. Caen, 1994, pp. 114-121.

[10] Lifting of Stone's monadicity to spaces and the duality between the calculi of inverse and direct images (avec R. Guitart), *Cahiers Top. Géom. Diff. Cat.* XL-2, 1999, 141-148.

[11] *Découvrir l'arithmétique*, Collection *Opuscules*, vol. 1, éd. Ellipses, Paris, 2000.

[12] Non trivial object-fixing endofunctors of full subcategories of finite sets (avec R. Guitart et F. Ismail), *Ann. sci. math. Québec* 25 (2001), no 2, 121-151.

[13] Des compas pour faire des droites, *Tangentes*, no 81, juin-juillet 2001, pp. 38-40.

[14] *L'arithmétique ou l'art de compter*, Collection Quatre-à-Quatre, éd. Le Pommier, 2002.

[15] Habilitation à diriger des recherches, 288p., Université François Rabelais, Tours, 2003.

[16] Cellular maps as an introduction to the combinatorial topology of surfaces, *Cahiers Top. Géom. Diff. Cat.* XLVI-2, 2005, 189-190.

[17] *Petite introduction à l'algorithmique. À la découverte des mathématiques du pas à pas*, Collection *Opuscules*, vol. , éd. Ellipses, Paris, 2005.